­­­­­

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

**«Дальневосточный федеральный университет»**

**(ДВФУ)**

|  |
| --- |
| **ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ШКОЛА)**  **Департамент математического и компьютерного моделирования** |

**О Т Ч Е Т**

о прохождении производственной практики

Технологической (проектно-технологической) практики

направление подготовки 02.03.01 «Сквозные цифровые технологии»

профиль «Математические и компьютерные технологии»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Выполнил студент  гр. Б9122-02.03.01сцт  Поповкин А. А.\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| Отчет защищен:  с оценкой «отлично» |  | *(Ф.И.О.) (подпись)*  Руководитель практики  д.ф.-м.н., профессор  КовтанюкА.Е.\_**\_\_**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  *(Ф.И.О.) (подпись)*  «\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2024г. |
| Рег. № \_\_\_\_\_\_  «\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2023 г. |  | Практика пройдена в срок  с «20» марта 2024 г.  по «26» апреля 2024 г.  (2 недели) |

г. Владивосток

2024

**Оглавление**

1. Введение3

2. Цель3

3. Основная часть4

4. Заключение8

5. Список литературы8

# Введение

За последние годы был произведён быстрый рост в сфере медицины. Стало больше препаратов, появились новые машины и в целом произошёл прогресс в выдаче медицинской помощи населению. Однако некоторые ситуации остаются до сих пор неизученными, и тут уже в дело вступают математические модели. Без риска для жизни человека они позволяют предсказать с высокой точностью, какое воздействие на организм оказывает даже небольшое изменение различных физических показателей. Поскольку ученые медицинской сферы не обладают необходимой квалификацией для создания математической модели необходимо сотрудничество со специалистами в области моделирования.

Одним из самых важных процессов в человеческом организме является процесс переноса кислорода клетками крови в органы. Поэтому меня и моих сокурсников заинтересовала тема математического моделирования движения крови в сосудистой сети человека. Моделирование потока крови в сосудистой сети является важным для предсказания ситуаций, связанных с гипоксией, следствием которой может являться гибель клеток мозга, снижение когнитивных функций и физиологической активности и даже смерть человека.

Данная работа направлена на изучение движения крови в микрососудах. Будем описывать кровь как двухфазную жидкость, состоящую из плазмы и эритроцитов, при этом эритроциты моделируются как жидкость с высокой вязкостью (в 100 раз превышающую вязкость плазмы).

В процессе исследования была проделана общая часть работы – моделирование движения крови в микрососудах, а также была выполнена индивидуальная часть – изучение влияния изменения конкретных параметров на движение крови.

# Цель

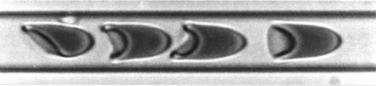
Целью проекта является моделирование движения крови в пакете FreeFEM++ с помощью метода конечных элементов. Метод конечных элементов – это численный метод решения дифференциальных уравнений с частными производными. Данный метод эффективен для решения самых разных задач механики, математической физики и техники.

Также важной частью проекта стало изучение влияния коэффициента деформации эритроцитов на скорость потока крови. Кроме того, выявление закономерностей движения крови в отдельном микрососуде дает возможность для дальнейшего моделирования циркуляции крови в капиллярной сети мозга.

# Основная часть

Будем рассматривать движение крови в микрососудах с диаметром капилляра 4-8 мкм, длиной 50-150 мкм. Объем эритроцита 88 Такие параметры были выбраны, поскольку при диаметре меньше 8 мкм поток крови можно будет представить как последовательность эритроцитов, движущихся друг за другом, что позволяет приблизить модель к естественному движению крови.

Ниже представлены рисунки человеческой крови в стеклянных трубках с диаметром 7 мкм (см. рисунки 1-2) при различных значениях гематокрита.



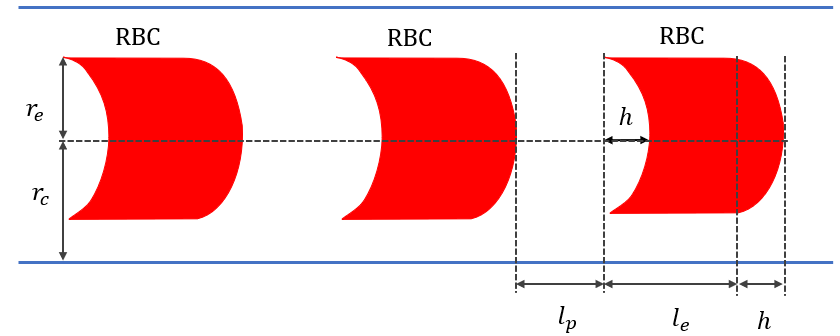
**Рис 1.** Человеческая кровь при гематокрите 0,2



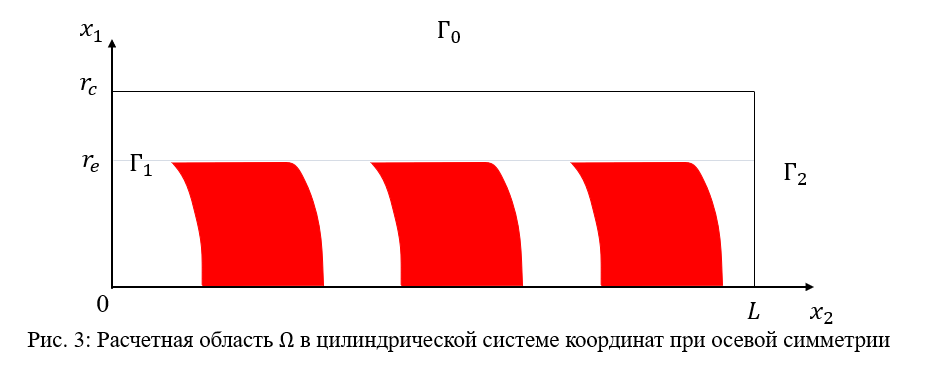
**Рис 2.** Человеческая кровь при гематокрите 0,4

Гематокрит – отношение объема эритроцитов к объему плазмы крови.

Так как поток крови будет представлен как последовательность эритроцитов (RBC), движущихся друг за другом с потоком плазмы, капилляр можно изобразить следующим образом (см. рисунок 3). Параметр описывает деформацию эритроцитов, при деформации объем эритроцита не изменяется. Дугу отклонения описываем параболой, которая однозначно определяется радиусом RBC и параметром Здесь – радиус сосуда, – радиус эритроцита, – длина сосуда.

**Рис. 3** Схематический рисунок эритроцитов, движущихся в капилляре.

С учетом осевой симметрии движение крови изучается в области Ω, в плоскости двух цилиндрических координат: радиальной и продольной (см. рисунок 4). Граничные условия задаются на следующих множествах: – стенка сосуда, – область втекания крови, – область вытекания крови.



**Рис. 4** Расчетная область в цилиндрической системе координат при осевой симметрии

Для решения задачи будем использовать уравнение Стокса с переменной вязкостью, где – вектор скоростей, p – давление, – переменная вязкость.

(1)

| (2)

Тензор скоростей деформации и оператор дивергенции в цилиндрических координатах имеют вид:

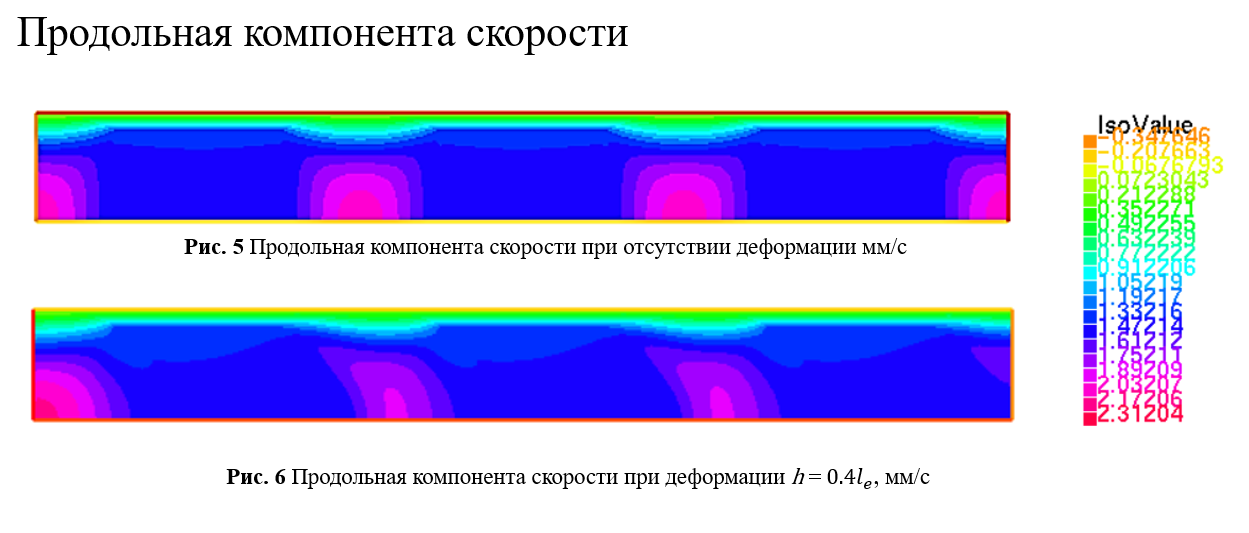
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | (3) |  |

Если происходит попадание в область эритроцита, то значение переменной вязкости равно 0.1 Па \* с, если в область плазмы, то 0.001 Па \* с.

Для реализации данной задачи методом конечных элементов выведем слабую формулировку задачи. Домножим уравнения (1) на тестовые функции, проинтегрируем по области Ω, применим формулу интегрирования по частям. В результате приходим к следующей слабой формулировке задачи:

где , – тестовые функции.

Продольная компонента скорости выглядит следующим образом:



Зависимость скорости потока от коэффициента деформации (формула указана на рисунке) при различных значениях линейной плотности эритроцитов представлена на рисунке 7. Линейная плотность эритроцитов – отношение объема эритроцитов к плазме (H).

Из результатов вычислительных экспериментов видно, что деформация эритроцитов незначительно влияет на скорость потока. Это дает основание использовать цилиндрическую форму эритроцитов при описании модельной области.

**Рис. 7** Скорость потока

Из результатов вычислительных экспериментов видно, что деформация эритроцитов незначительно влияет на скорость потока и даёт ошибку, находящуюся в пределах погрешности измерений (3%) поэтому можно сделать вывод о стабильности и адекватности модели.

**Рис. 8** Относительная погрешность

# Заключение

На основе уравнений Стокса движения жидкости с переменной вязкостью разработан алгоритм нахождения поля скоростей при движении крови в микрососуде;

Осуществлена программная реализация алгоритма в пакете FreeFEM++;

# Список литературы

1. Kovtanyuk A. Modeling of the cerebral blood circulation in a capillary network accounting for the influence of the endothelial surface layer / A. Kovtanyuk, V. Turova, I. Sidorenko, A. Chebotarev, R. Lampea // Computer Methods and Programs in Biomedicine. – 2022. – V. 224. – 107008.